Residually finite one relator groups and their group rings (Algebras, Languages, Algorithms in Algebraic Systems and Computations)

西中, 恒和

数理解析研究所講究録
第1712巻 2010年 47-57

Residually finite one relator groups and their group rings

岡山商科大学・経営学部　西中恒和 (Tsunekazu Nishinaka)
Department of Budiness Administration
Okayama Shoka University

有限群の群環が半原始 (半単純) であることの必要十分条件は Maschke の定理として知られている。Maschke の定理を一般の無限群に対するものへ拡張しようとする試みは半原始性問題と呼ばれ、無限群の群環の研究における中心課題である。1972年に Formanek-Snider [13] によって自明でない原始群環が発見されて以来、半原始である非可換無限群の群環の多くは実は原始環ではないかと考えられてきている。特に、非可換自由群の群環は原始であるという Formanek [12] の結果及びその証明は自由群 (非可換) に近い群 (自由部分群を持つ群) の群環の原始性を示唆している。

ここでは、まず、自由群に近い群である自由群の昇鎖HNN拡大群及び局所自由群に対するそれぞれの群環の原始性について紹介する。次に、一つの関係式で定義される群 (one-relator group) を取り上げ、剰余有限性及びその群環の原始性について考察する。

1　原始群環 (primitive group rings)

R を (非可換) 環 ($\ni 1$) とする。忠実な既約右 R 加群が存在するとき、R は右原始環 (a right primitive ring) であると言う。左原始環も同様に定義される。一般に右原始環は必ずしも左原始環ではないが、群環においては右原始環はいつでも左原始環となる。以下では右原始環を単に原始環と呼ぶ。

R が原始環であることと R に極大右 ideal で、自明でない R の両側 ideal を含まないものが存在するということは同値である。実際、ρ をそのような極大右 ideal とすれば R/ρ は忠実な既約右 R 加群となる。R のすべての極大右 ideal 全体の共通部分 $J(R)$ はすべての極大左 ideal の共通部分と一致し R の Jacobson radical と呼ばれる。$J(R)=0$ のとき、R は半原始 (semiprimitive) 或は半単純 (semisimple) と呼ばれる。原始環であれば、自明でない ideal を含まない極大右 ideal が存在するので、原始環は半原始環である。R が自明でない ideal を持たないとき、R は単純 (simple) であると言う。単純環は原始環である。Artin 環 (例えば、体上有限次元代数) では原始環と単純環は一致し、この場合、単純環は斜体上の行列環に同型であり、半原始環 (Artin 的半原始は単に半単純と呼ばれることがある) はそれら行列環の有限直和に同型である (Wedderburn-Artin Theorem)。

さて、以下において、KG で群 G の体 K 上の群環 (the group ring of G over

K) を表すこととする。G が有限群のとき、KG が半原始であることの必要十分条件は Maschke の定理としてよく知られている。

Maschle's Theorem G を位数 n の有限群とし、K を体とする。K の標数を $Ch(K)$ で表す。このとき、KG が半原始であることの必要十分条件は $Ch(K)=0$ か $Ch(K)=p$ であれば p は n を割らないことである。

Maschke の定理を一般の群（無限群）に対するものへ拡張しようとする試みは半原始性問題と呼ばれ、無限群の群環における研究の中心課題の一つである。K が素体上代数的でないとき、或は G が可換群のとき、KG が半原始であることの十分条件は Maschke の定理の拡張として既に与えられている。群が非可換無限群のとき、半原始群環の持つ際立った特徴の一つは、それが原始環であり得るということである。G が自明でない有限群や可換群の場合、群環 KG は原始環ではありえない。実際、$G \neq 1$ が有限群のとき、KG は Artin 環であるので、原始環であることは単純環であることを意味するが、KG にはいつも自明でない augmentation ideal が存在する。さらに、可換な原始環は体であるので、$G \neq 1$ が可換群の場合も群環 KG は原始環ではありえない。群環の原始性は有限群や可換群においては現れない非可換無限群の群環特有の性質である。そして、半原始群環はしばしば原始環であることが半原始性問題の解決を困難なものとしていると考えられる。

１９７２年に Formanek-Snider [13] によって自明でない原始群環が発見されて以来、群環 KG が原始群環となる K と G に関する必要十分条件を求めることが群環の原始性問題として研究されている。幾つかの予想が立てられたが、すべて反例が与えられ、現在有効な予想は存在しない。更に、よく知られた無限群の群環の原始性について、まだ多くは知られていない。

原始性問題に対する主な結果として、まず、polycyclic 群については完全な解答が得られている。ここで、群 G は G の正規列 $G=G_0 \triangleright G_1 \triangleright \cdots \triangleright G_n = 1$ で、G_i/G_{i+1} が巡回群になっているものが存在するとき、polycyclic 群と呼ばれる。

定理１ (Domanov[8], Farkas-Passman [10] and Roseblade [26]) G を polycyclic by finite 群（指数有限の正規 polycyclic 部分群が存在する）とする。以下の (i), (ii) を満たすことが、KG が原始であるための必要十分条件である。

(i) K は有限体の代数拡大ではない。

(ii) $\Delta(G)=1$ である。

ここに、$\Delta(G)=\{g \in G \mid g$ に共役な G の元は有限個$\}$.

次に、G が自由群であるとき、KG が半原始であることは古くから知られていたが、実際には原始であることが示された。

定理２ (Formanek [12]) G は共に自明でない群の自由積とする。G が２つの位数２の巡回群の自由積でないなら、任意の体 K に対して KG は原始である。特に、G が非可換自由群であれば KG は原始である。

この結果及びそこでの方法論は自由群に近い群の群環は原始環であるものが少なくないことを示唆した。実際、定理２の自由積に対する結果は接合積に対するもへと拡張された (Balogun [2])。さらに、自由群の昇鎖ＨＮＮ拡大群の群環の原始性について以下の結果が得られた。ここで群 H に対して、$\phi: H \longrightarrow H$ を単射準同型とし、$G = \langle H, t \mid t^{-1}ht = \phi(h)\rangle$ で表現される群 G は H の ϕ による昇鎖ＨＮＮ拡大と呼ばれる。$G = H_\phi$ と表す。

定理３ (Nishinaka [23]) F を可算濃度の非可換自由群とし、$G = F_\phi$ を F の ϕ による昇鎖ＨＮＮ拡大とする。このとき、KG が原始であることの必要十分条件は $|K| \leq |F|$ または $\Delta(G) = 1$.

昇鎖ＨＮＮ拡大は巡回拡大を一般化したものであり、ＨＮＮ拡大の特別な場合である。そして、自由群の昇鎖ＨＮＮ拡大は近年良く研究されている群のひとつである。Feign-Handel [11] が自由群の昇鎖ＨＮＮ拡大は coherent であることを示した。また、 Geoghegan-Mihalik-Sapir-Wise [15] は有限生成自由群の昇鎖ＨＮＮ拡大は Hopfian であることを示した。さらに、Borisov-Sapir [7] がその群は residually finite であることを示している。

自由群に最も近いと考えられる群として、任意の有限生成部分群が自由群となっている群、局所自由群がある。自由群の部分群は自由群であり、従って、自由群は局所自由群である。一方、自由群でない局所自由群は数多く存在する。例えば、階数 $n > 1$ の自由群たちの真の無限昇鎖の和からなる群は自由でない局所自由群である。また、双曲的３次元多様体の研究において、その基本群の自由でない局所自由な部分群の存在は多様体の重要な情報を与える。この観点から、近年、双曲的３次元多様体の基本群に自由でない局所自由部分群が存在することが確かめられてきている ([14], [18], [1], [22])。また、可算無限の局所自由群は自由群の昇鎖和として表されることが知られている。可算無限局所自由群の群環は原始であること、より一般に以下のことが分かった。

定理４ (Nishinaka [24]) $F_1 \subseteq F_2 \subseteq \cdots \subseteq F_n \subseteq \cdots$ を非可換自由群たちの昇鎖とし、$G = \cup_{i=1}^{\infty} F_i$ とする。このとき、任意の体 K に対して、KG は原始であ

る。特に、可算無限局所自由群の群環は原始である。

ところで、自由群の昇鎖HNN拡大は局所自由群の巡回拡大と見ることができる。従って、定理4から、次の系が導かれる。

系1 (Nishinaka [24])　定理3は任意の濃度の自由群 F に対して成り立つ。

さて、自由群に近い群として、最もよく研究されてきている無限群の一つとして、一つの関係式で定義される群、1関係子群（one-relator group）と呼ばれるものがある。以下において1関係子群の群環の原始性について考える。

2　1関係子群（one-relator groups）

$\langle X\rangle$ で基底集合 X の自由群を表す。$W \in \langle X\rangle$ を巡回的既約語（cyclically reduced word）として、$G = \langle X \mid W = 1\rangle$ で表現される群 G を1関係子群（one-relator group）という。以下間単に $G = \langle X \mid W\rangle$ で表す。

閉曲面の基本群が1関係子群として表現されることが知られている。

例1 : 1関係子群　$[a,b] = a^{-1}b^{-1}ab$ とする。

(1) $\langle a, b \mid [a,b]\rangle$ はトーラスの基本群である。

(2) $\langle a_1, \cdots, a_n, b_1, \cdots, b_n \mid [a_1,b_1]\cdots[a_n,b_n]\rangle$ は示性数 n の可符号閉曲面の基本群（the fundamental group of a compact orientable surface of genus n）である。

(3) $\langle a, b \mid a^2b^2\rangle$ はクラインの壷の基本群である。

(4) $\langle a_1, \cdots, a_n \mid a_1^2a_2^2\cdots a_n^2\rangle$ は示性数 n の非符号閉曲面の基本群（the fundamental group of a compact non-orientable surface of genus n）である。

上記例において、(1) は自由アーベル群、(3) は自由アーベル群の有限拡大となっている。一方、(2) おいて $n > 1$、(4) において $n > 2$ であれば、それらには非可換で自由な部分群が含まれている。一般に以下が成り立つ。

定理5　(1)(Karrass-Solitar [20])　1関係子群の部分群は可解群か非可換で自由な部分群をもつ。

(2)(W. Magnus [21])　$G = \langle a_1, \cdots, a_n \mid W\rangle$, W は巡回的既約語で文字 $a_1, \cdots, a_n$ をすべて含むものとする。このとき、$a_1, \cdots, a_{n-1}$ で生成される G の部分群 $\langle a_1, \cdots, a_{n-1}\rangle$ は自由群である。

上の定理5 (2) より、3つ以上の文字で生成される1関係子群には非可換で自由な部分群が存在することがわかる。一方、2つの文字で生成される1関係子群、例えば、$\langle a,b \mid [a,b]^n\rangle$ で表現される群は $n=1$ のとき、上の例1) のもので、可換群であるが、$n>1$ のとき、可解でさえない。従って、定理5 (1) により非可換で自由な部分群が存在する。一般に $\langle a_1,\cdots,a_m \mid W^n\rangle$ で表現される群は $n>1$ のとき、ねじれを持つ1関係子群（one-relator group with torsion）と呼ばれる。ここに、W は巡回的既約語（cyclically reduced word）である。$\langle a,b \mid W^n\rangle$ は $n>1$ でかつ W が巡回的既約語で a, b を共に含むならば（非可換）自由部分群をもつことが知られている。

定理6 (Ree-Mendelsohn [25]) $G=\langle a,b \mid W^n\rangle$ は $n>1$ でかつ W が巡回的既約語で a, b を共に含むならば、十分大きな m に対して、a と b^m で生成される G の部分群 $\langle a,b^m\rangle$ は階数2の自由群である。

定理5、定理6により、ねじれを持つ1関係子群 $\langle a_1,\cdots,a_m \mid W^n\rangle$ はそれが巡回群である場合を除き、非可換で自由な部分群をもつことが分かる。

3 剰余有限性（residual finiteness）

G を群とする。G の自明でない任意の元 g に対して、指数有限な G の正規部分群で g を含まないものが存在するとき、G は剰余有限であると言われる。有限群や可換群は明らかに剰余有限であるが、特筆すべきは自由群が剰余有限性を満たすと言うことである。そして、自由群に近い群がしばしばこの性質を共有する。自由群は任の素数 p に対して、さらに強い p-剰余有限（任意の $g\neq 1$ に対して、g を含まない指数が p 冪の正規部分群が存在する）を満たしている。

G が剰余有限であるとき、もし体 K の標数が0であれば、群環 KG は半原始であることが分かる。実際、$0\neq u\in KG$, $u=\alpha_1g_1+\cdots+\alpha_ng_n$, $\alpha_i\neq 0$, $g_i\neq g_j$ $(i\neq j)$ とする。G は剰余有限なので、任意の $g_ig_j^{-1}$ $(i\neq j)$ 対して、G の指数有限の正規部分群 H_{ij} が存在して、$g_ig_j^{-1}\notin H_{ij}$ である。$H=\cap_{ij}H_{ij}$ とすれば、H は正規部分群で、H_{ij} たちは有限個なので、H による指数は有限であり、すべての i,j $(i\neq j)$ 対して、$g_ig_j^{-1}\notin H$ である。$\overline{G}=G/H$, ψ を KG から $K\overline{G}$ への自然な全射とすれば、$\psi(u)\neq 0$ である。また、$u\in J(KG)$ なら $\psi(u)\in J(K\overline{G})$ である。一方、Maschke の定理より $J(K\overline{G})=0$, 従って $u\notin J(KG)$, 即ち、$J(KG)=0$ である。

非可換無限群 G の群環 KG が任意の体 K に対して 半原始であるとき、それはしばしば原始であるので（常に原始ではない、例えば G が定理3の群のとき、

任意に体 K に対して KG は半原始であるが、$\Delta(G) \neq 1$ のとき、複素数体 $\mathbb{C}$ 上の群環 $\mathbb{C}G$ は原始でない）非可換無限群 G が剰余有限であるとき、KG の原始性が期待される。

例２：剰余有限な群

(1) (M. Hall, Jr [16]) 自由群は剰余有限である。

(2) (Hirsch [17]) polycyclic by finite 群は剰余有限である。

(3) (Hsu-Wise [19]) polycyclic by finite 群の昇鎖ＨＮＮ拡大は剰余有限である。

(4) (Borisov-Sapir [7]) 有限生成自由群の昇鎖ＨＮＮ拡大は剰余有限である。

上記の例に加え、1 関係子群の多くも剰余有限である。例えば、例 1 の群はすべて剰余有限である。1 関係子群の剰余有限性に関して、以下の予想がある。

予想 1 (G. Baumslag [4]) ねじれを持つ 1 関係子群（one-relator group with torsion）は剰余有限である。

この予想を支持する多くの結果が得られているが、現在まで未解決である。以下に主な結果を紹介する。

例３：剰余有限ねじれ 1 関係子群　$F = \langle a_1, \cdots, a_m \rangle$ とする。

(1) (B. Baumslag-Levin [3]) $G = \langle F, t \mid (t^{-1}VtW)^n \rangle$, ここに、$V, W \in F$ とする。$n > 1$ ならば G は剰余有限である。

(2) (Egorov [9]) $G = \langle F \mid W^n \rangle$, ここに、$W$ は a positive word in F とする。$n > 1$ ならば G は剰余有限である。

(3) (Wise [29]) $G = \langle F \mid W^n \rangle$, ここに、$W \notin [F, F]$ とする。$n > 3|W| + 8$ ならば G は剰余有限である。

上記結果を得るにあたって、(1) では G が free by cyclic 群の有限拡大であることが導かれている。また、Wise [28] において、(2) の別証明を与える中で、(2) の群 G が自由群のある接合積の有限拡大であることが導かれている。

補題 1　(1)(B. Baumslag-Levin [3])　G を例３ (1) の群とする。G は free by cyclic 群の有限拡大である。

(2)(Wise [28],[29]) G を例３(2) または (3) の群とする。G は 接合積 $A *_H B$ の有限拡大である。ここに、A, B は自由群で、H は A と B の部分群で、次を満たす、即ち、任意の $g \in (A \setminus H) \cup (B \setminus H)$ に対して、$H \cap H^g = 1$.

例１の群はすべて剰余有限であるが、ねじれを持たない１関係子群は一般に剰余有限ではない。例えば、互いに素な素数 p, q に対して、$\langle a, b \mid a^{-1}b^p ab^{-q} \rangle$ は剰余有限でない (実際には Hopfian でさえない [6])。一方、その群にねじれを入れたもの、$\langle a, b \mid (a^{-1}b^p ab^{-q})^n \rangle$ $(n > 1)$ は剰余有限である [4]。最近 G. Baumslag-Miller-Troeger により、以下の剰余有限ではない１関係子群（ないねじれを持たない）の例が与えられ、ねじれのある場合の剰余有限性が問いとして提出されている。$a^b = b^{-1}ab$ とする。

問１ (G. Baumslag-Miller-Troeger [5]) $F_m = \langle a_1, \cdots, a_m \rangle$ $(m > 1)$, $G_n = \langle F \mid (r^{r^w} r^{-2})^n \rangle$, $r, w \in F$, $[r, w] \neq 1$ とする。$n = 1$ のとき、G_n は剰余有限でない。

(1) $n > 1$ ときはどうか？

(2) さらに、剰余有限であれば、指数有限な free by cyclic 部分群をもつか？

4　１関係子群の群環の原始性（primitivity of group rings of one-relator groups）

群の剰余有限性とその群の群環の原始性に直接的関係はない。しかし、自由群に近い群 G（自由群を部分群として含み、$\Delta(G) = 1$）に対しては、これまで見てきたように、G が自由群、polycyclic 群、自由群のＨＮＮ拡大であるとき、そのそれぞれにおいて、G の剰余性と KG の原始性はよく対応している（順に、例２(1) と定理２、例２(2) と定理１、例２(4) と定理３)。従って、ねじれ１関係子群の剰余有限性の予想（予想１）から、ねじれ（非可換）１関係子群の群環の原始性が予想される。実際、以下のことが容易に分かる。

主張１（例３参照）$F = \langle a_1, \cdots, a_m \rangle$, K を体とする。

(1) $G = \langle F, t \mid (t^{-1}VtW)^n \rangle$, ここに、$V, W \in F$, $n > 1$ とする。$\Delta(G) = 1$ ならば KG は原始である。

(2) $G = \langle F \mid W^n \rangle$, ここに、$W$ は a positive word in F, $n > 1$ とする。$\Delta(G) = 1$ ならば KG は原始である。

(3) $G = \langle F \mid W^n \rangle$, ここに、$W \notin [F, F]$, $n > 3|W| + 8$ とする。$\Delta(G) = 1$ ならば KG は原始である。

証明 (1): 補題 1 (1) により、G には指数有限な部分群 N で、free by cyclic 群が存在する。このとき、定理 3 により、KN は原始である。$\Delta(G) = 1$, $[G : N] < \infty$ なので、[27, Theorem 3] から KG の原始性が導かれる。

(2),(3): G には指数有限な部分群 N で、N は自由群 A, B の接合積 $N = A *_H B$ となっているものが存在する。ここで、H は A と B の部分群で、任意の $g \in (A \setminus H) \cup (B \setminus H)$ に対して、$H \cap H^g = 1$ を満たしている。このとき、[2, Theorem 3.2] 及びその証明から、KH は原始であることが分かる。$\Delta(G) = 1$, $[G : H] < \infty$ なので、[27, Theorem 3] から KG の原始性が導かれる。□

また、Reidemeister-Schreier の方法を基礎とする簡単な計算から問 1 の特別な場合のテストケースとして、次の主張 2 (1) を得ることができる。更に、主張 1 (1) と同様にして主張 2 (2) が導かれる。

主張 2 (問 1 参照) $G = \langle a, b \mid ([a,b]^{[a,b]^a}[a,b]^{-2})^3 \rangle$, $n > 1$, K を体とする。

(1) G は free by cyclic 群の有限拡大である。従って、G は剰余有限である。

(2) KG は原始である。

上を見るために用いた方法を同じように適用して、問 1 の答えを得ることは容易ではないように思われる。問 1 の群、あるいは一般に予想 1 の群の原始性を導くために、群の構造を明らかにし、その結果としてその群の原始性を導くのではなく、別の道を現在模索している。それは、定理 4 の証明で用いた方法を拡張し、それを 1 関係子群の原始性へ適用できないかというものである。

謝辞 研究集会参加の皆様には、本報告に対し、貴重なご意見をいただき、感謝いたします。特に、西尾英之助先生にはセルラーオートマトン (Cellular Aautomata) と関連して、無限群の部分群について興味ある示唆をいただきました。ありがとう御座います。

参考文献

[1] J. W. Anderson, *Finite volume hyperbolic 3-manifolds whose fundamental group contains a subgroup that is locally free but not free*, Sci. Ser. A Math. Sci.(N.S), 8(1)(2002), 13-20

[2] B. O. Balogun, *On the primitivity of group rings of amalgamated free products*, Proc. Amer. Math. Soc., 106(1)(1989), 43-47

[3] B. Baumslag and Frank Levin, *A class of one-relator groups with torsion*, Arch. Math. (Basel), **33(3)**(1979/80), 209-215

[4] G. Baumslag, *Residually finite one-relator groups*, Bull. Amer. Math. Soc., **73**(1967), 618-620

[5] G. Baumslag C. F. Miller and D. Troeger, *Reflections on the residual finiteness of one-relator groups*, Bull. Amer. Math. Soc., **68**(1962), 199-201

[6] G. Baumslag and D. Solitar, *Some two-generator one-relator non-Hopfian groups*, Bull. Amer. Math. Soc., **68**(1962), 199-201

[7] A. B. Borisov and M. Sapir, *Polynomial maps over finite fields and residual finiteness of mapping tori of group endomorphisms*, Invent. Math., **160(2)**(2005), 341-356

[8] O. I. Domanov, *Primitive group algebras of polycyclic groups*, Sibirsk. Mat. Ž., **19(1)**(1978), 37-43

[9] V. Egorov, *The residual finiteness of certain one-relator groups*, In Algebraic systems, Ivanov. Gos. Univ., Ivanovo, (1981), 100-121

[10] D. R. Farkas and D. S. Passman, *Primitive Noetherian group rings*, Comm. Algebra, **6(3)**(1978), 301-315.

[11] M. Feighn and M. Handel, *Mapping tori of free group automorphisms are coherent*, Ann. Math., **149(2)**(1999), 1061-1077.

[12] E. Formanek, *Group rings of free products are primitive*, J. Algebra, **26**(1973), 508-511

[13] E. Formanek and R. L. Snider, *Primitive group rings*, Proc. Amer. Math. Soc., **36**(1972), 357-360

[14] B. Freedman and M. H. Freedman, *Kneser-Haken finiteness for bounded 3-manifolds, locally free groups, and cyclic covers*, Topology, 37(1998), 133-147

[15] R. Geoghegan, M. L. Mihalik, M. Sapir, and T. Wise, *Ascending HNN extensions of finitely generated free groups are Hopfian*, Bull. London Math. Soc., **33(3)**(2001), 292-298

[16] M. Hall,Jr, *A topology for free groups and related groups*, Ann. of Math., **52**(1950), 127-139

[17] K. Hirsch, *On infinite soluble groups, III*, Proc. London Math. Soc., **49(2)**(1946), 184-194

[18] R. P. Kent IV, *Bundles, handcuffs, and local freedom*, Geom. Ded., 106(1)(2004), 145-159

[19] Tim Hsu and T. Wise, *Ascending HNN extensions of polycyclic groups are residually finite*, J. Pure Appl. Algebra., **182(1)**(2003), 65-78

[20] A. Karrass and D. Solitar, *Sobgroups of HNN Groups and Groups with One Defining Relation*, Can. J. Math., **23**(1971), 627-643

[21] W. Magnus, *Uber discontinuierliche Gruppen mit einer definierenden Relation (Der Freiheitssatz)*, J. Reine Angew. Math., **163**(1930), 141-165

[22] B. Maskit, *A locally free Kleinian group*, Duke Math. J., 50(1)(1983), 227-232

[23] T. Nishinaka, *Group rings of proper ascending HNN extensions of countably inifinte free groups are primitive*, J. Algebra, **317**(2007), 581-592

[24] T. Nishinaka, *Group rings of countable non-abelian locally free groups are primitive*, submitted (2008),

[25] R. Ree and N. S. Mendelsohn, *Free subgroups of groups with a single defining relation*, Arch. Math., **19**(1968), 577-580

[26] J. E. Roseblade, *Prime ideals in group rings of polycyclic groups*, Proc. London Math. Soc., **36(3)**(1978), 385-447. Corrigenda "Prime ideals in group rings of polycyclic groups" Proc. London Math. Soc., **36(3)**(1979), 216-218.

[27] A. Rosenberg, *On the primitivity of the group algebra*, Can. J. Math., **23**(1971), 536-540.

[28] T. Wise, *Residual finiteness of quasi-positive one-relator groups*, Comment. Math. Helv., **76(2)**(2001), 314-338

[29] T. Wise, *Residual finiteness of quasi-positive one-relator groups*, J. London Math. Soc., **66**(2002), 334-350